

GEOMETRÍA DINÁMICA COMO MEDIACIÓN DIDÁCTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON FUNCIONES CUADRÁTICAS EN EL BACHILLERATO
DYNAMIC GEOMETRY AS DIDACTIC MEDIATION IN PROBLEM SOLVING WITH QUADRATIC FUNCTIONS IN HIGH SCHOOL

Autores: ¹Jimena Jeaneth Sánchez Ramírez, ²Carlos Alberto Aray Andrade y ³Eduardo Alejandro Tusa Jumbo.

¹ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0003-2847-2237>

²ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0210-3877>

³ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9408-5134>

¹E-mail de contacto: jjsanchez3@unae.edu.ec

²E-mail de contacto: carlos.aray@utm.edu.ec

³E-mail de contacto: etusa@utmachala.edu.ec

Afiliación: ¹*Universidad Nacional de Educación, (Ecuador). ²*Universidad Técnica de Manabí, (Ecuador). ³*Universidad Técnica de Machala, (Ecuador).

Artículo recibido: 12 de Agosto del 2026.

Artículo revisado: 14 de Agosto del 2026.

Artículo aprobado: 14 de Agosto del 2026.

¹Ingeniera en Mecatrónica, graduada de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, extensión Latacunga, (Ecuador). Maestrante en Pedagogía de las Ciencias Experimentales con mención en Matemática y Física de la Universidad Nacional de Educación, (Ecuador).

²Ingeniero Eléctrico, graduado de la Universidad Técnica de Manabí, (Ecuador). Magíster en Docencia e Investigación Educativa, graduado de la Universidad Técnica de Manabí, (Ecuador). Magíster en Matemática, graduado de la Universidad Técnica de Manabí, (Ecuador).

³Ingeniero Electrónico, graduado de la Universidad San Francisco de Quito, (Ecuador), con más de 15 años de experiencia profesional, académica y de investigación. Magíster en Matemática Aplicada, mención Matemática Computacional, graduada de la Universidad Nacional de Chimborazo, (Ecuador). Máster of Science in Vision, Image and Robotics por Heriot-Watt University (Reino Unido) y Máster en Ciencias, Tecnologías y Salud, especialidad Computer Vision, por la Université Bourgogne Europe, (Francia). Doctor en Señales, Imágenes, Voz y Telecomunicaciones por la Université Grenoble Alpes, (Francia).

Resumen

El objetivo del estudio fue analizar los cambios en la resolución de problemas con funciones cuadráticas en estudiantes de primero de Bachillerato, antes y después de una mediación didáctica apoyada en geometría dinámica. Se desarrolló una investigación cuantitativa con diseño preexperimental de un solo grupo y mediciones pretest-postest. Participaron 21 estudiantes seleccionados mediante muestreo no probabilístico intencional. El procedimiento comprendió cuatro fases: diseño y organización de instrumentos, diagnóstico, intervención didáctica, evaluación y análisis. Se emplearon una matriz de análisis documental y pruebas pretest y postest, revisadas mediante juicio de dos especialistas. Los resultados evidenciaron un incremento de la media de 4.67 en el pretest a 7.90 en el postest, con una ganancia media de 3.24 puntos. La diferencia fue estadísticamente significativa, $t(20)=14.91$; $p<0.001$, resultado confirmado mediante Wilcoxon ($Z=-4.064$; $p<0.001$). Se concluye que los estudiantes presentaron cambios favorables en su

desempeño después de la mediación con geometría dinámica, especialmente en actividades que articularon representación, modelación y resolución de problemas contextualizados.

Palabras clave: Geometría dinámica, GeoGebra, Función cuadrática, Resolución de problemas, Bachillerato.

Abstract

The aim of this study was to analyze changes in quadratic-function problem-solving performance among first-year high school students before and after a didactic intervention supported by dynamic geometry. A quantitative approach with a one-group pre-experimental pretest-posttest design was used. The participants were 21 students selected through intentional non-probability sampling. The procedure comprised four phases: instrument design and organization, diagnosis, didactic intervention, evaluation and analysis. Data were collected using a documentary analysis matrix and pretest and posttest assessments reviewed

by two experts. Results showed an increase in the mean score from 4.67 on the pretest to 7.90 on the posttest, representing a mean gain of 3.24 points. The difference was statistically significant, $t(20) = 14.91$, $p < 0.001$, and was confirmed by the Wilcoxon signed-rank test ($Z = -4.064$, $p < 0.001$). The findings indicate favorable changes in students' performance after the dynamic-geometry-supported intervention, which integrated representation, modeling, and contextualized problem solving.
Keywords: Dynamic geometry, GeoGebra, Quadratic function, Problem solving, High school.

Sumário

O objetivo deste estudo foi analisar as mudanças no desempenho na resolução de problemas com funções quadráticas em estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, antes e depois de uma mediação didática apoiada em geometria dinâmica. Desenvolveu-se uma pesquisa quantitativa, com delineamento pré-experimental de um único grupo e medidas de pré-teste e pós-teste. Participaram 21 estudantes selecionados por amostragem não probabilística intencional. O procedimento foi organizado em quatro fases: elaboração e organização dos instrumentos, diagnóstico, intervenção didática, avaliação e análise. Utilizaram-se uma matriz de análise documental e provas de pré-teste e pós-teste, revisadas por dois especialistas. Os resultados mostraram aumento da média de 4.67 no pré-teste para 7.90 no pós-teste, com ganho médio de 3.24 pontos. A diferença foi estatisticamente significativa, $t(20) = 14.91$; $p < 0.001$, resultado confirmado pelo teste de Wilcoxon ($Z = -4.064$; $p < 0.001$). Conclui-se que os estudantes apresentaram mudanças favoráveis no desempenho após a mediação apoiada em geometria dinâmica, que articulou representação, modelagem e resolução de problemas contextualizados.

Palavras-chave: Geometria dinâmica, GeoGebra, Função quadrática, Resolução de problemas, Ensino médio.

Introducción

La enseñanza de las funciones cuadráticas constituye un contenido importante dentro del currículo de Matemática para el Bachillerato, debido a que permite fortalecer procesos de razonamiento, representación, interpretación y modelación de situaciones. Su aprendizaje no debería limitarse únicamente al reconocimiento de la expresión ($f(x) = ax^2 + bx + c$), con ($a \neq 0$), ni a la aplicación mecánica de fórmulas para calcular raíces o determinar el vértice. Comprender una función cuadrática requiere, además, interpretar el comportamiento de la parábola, reconocer elementos como la concavidad, el eje de simetría, el vértice y las intersecciones, y relacionarlos con el significado que adquieren dentro de un problema determinado. Sin embargo, estas relaciones no siempre resultan sencillas para los estudiantes.

Mora et al. (2025) señalan que entre las principales dificultades se encuentran la relación entre las representaciones algebraica y gráfica, la interpretación de los parámetros de la función y la comprensión de elementos característicos de la parábola. Estas dificultades muestran que conocer un procedimiento no necesariamente significa comprender el objeto matemático que se está estudiando. Esta situación forma parte de una problemática más amplia dentro de la enseñanza de las matemáticas.

En muchas ocasiones, el trabajo desarrollado en el aula continúa orientándose hacia la repetición de procedimientos y la memorización de algoritmos, dejando en un segundo plano la interpretación de los resultados y la posibilidad de relacionarlos con una situación concreta. En el contexto de Bachillerato, Villavicencio et al. (2025) identifican dificultades vinculadas con el razonamiento lógico, la resolución de

problemas, la interpretación de representaciones matemáticas y la aplicación de los conocimientos en contextos determinados. Frente a ello, resulta necesario generar experiencias en las que el estudiante tenga la oportunidad de explorar, formular ideas, equivocarse, revisar sus procedimientos y justificar una respuesta. De esta manera, el aprendizaje puede dejar de concentrarse exclusivamente en llegar a un resultado y comenzar a considerar también el proceso seguido para obtenerlo.

Una de las dificultades que se manifiesta con frecuencia en el aprendizaje de las funciones cuadráticas aparece cuando el estudiante debe pasar de una representación a otra. Por ejemplo, puede conocer el procedimiento algebraico para calcular un vértice, pero presentar dificultades para reconocer que representa ese punto en la gráfica o cuál es su significado dentro de una situación contextualizada. Del mismo modo, puede identificar que una parábola abre hacia arriba o hacia abajo sin relacionar esta característica con el signo del coeficiente principal, o calcular las raíces de una ecuación sin comprenderlas como intersecciones con el eje horizontal o como valores que adquieren sentido dentro del problema.

Esta separación entre procedimiento, representación y significado limita la posibilidad de utilizar las funciones cuadráticas como herramientas de modelación matemática. Por esta razón, su enseñanza requiere actividades que permitan relacionar los diferentes elementos del modelo y no únicamente resolver ejercicios de forma aislada. En este contexto, la resolución de problemas constituye una alternativa pedagógica pertinente para abordar las funciones cuadráticas desde situaciones que demandan interpretación y toma de decisiones. Resolver

un problema matemático no consiste solamente en obtener una respuesta numérica; implica comprender la situación planteada, identificar los datos y variables relevantes, establecer relaciones entre ellos, construir o seleccionar un modelo, aplicar procedimientos, interpretar los resultados y valorar si la solución obtenida tiene sentido.

En el caso particular de las funciones cuadráticas, este enfoque permite relacionar el contenido con situaciones de trayectoria, movimiento, áreas, optimización, diseño y otros fenómenos que pueden representarse mediante una parábola. Usca et al. (2025) sostienen que las estrategias didácticas basadas en resolución de problemas favorecen procesos cognitivos de orden superior, entre ellos el razonamiento lógico, la argumentación, la modelación y la metacognición. Así, el problema deja de ser únicamente un ejercicio situado al final de una explicación y puede convertirse en el punto de partida para construir y utilizar el conocimiento matemático.

La incorporación de ambientes de geometría dinámica abre nuevas posibilidades para desarrollar este tipo de experiencias. A diferencia de una representación estática realizada en el cuaderno, estos entornos permiten manipular objetos, modificar parámetros y observar inmediatamente los cambios producidos en sus representaciones. En una función cuadrática, por ejemplo, el estudiante puede variar los coeficientes y analizar de manera simultánea cómo cambia la forma y posición de la parábola, comprobar relaciones, formular conjeturas y contrastar procedimientos algebraicos con representaciones gráficas. Esta posibilidad convierte a la tecnología en un medio para explorar el objeto matemático y no solamente en una herramienta para producir una gráfica.

Desde una perspectiva general, el metaanálisis realizado por Juandi et al. (2021), a partir de 57 tamaños de efecto procedentes de 50 investigaciones, reportó un efecto global positivo del uso de software de geometría dinámica sobre las habilidades matemáticas. Estos hallazgos respaldan su potencial educativo, aunque también muestran que los resultados dependen de las condiciones bajo las cuales la tecnología se incorpora al proceso de enseñanza.

Entre las diferentes herramientas disponibles, GeoGebra destaca por integrar en un mismo entorno representaciones algebraicas, gráficas, numéricas y geométricas. Esta característica resulta particularmente útil para el estudio de las funciones cuadráticas, porque permite que la expresión algebraica, la tabla de valores y la gráfica no sean estudiadas como contenidos separados, sino como diferentes formas de representar un mismo objeto matemático. La modificación de los parámetros permite observar de manera inmediata los cambios en la concavidad, el vértice, el eje de simetría y las intersecciones de la parábola.

Rodríguez y Suárez (2022) encontraron que GeoGebra constituye, desde la experiencia de los estudiantes, un elemento de motivación y mediación en el estudio de la función cuadrática, debido a que posibilita experimentar, comprobar y visualizar conjeturas. En una línea semejante, Mora Serrano et al. (2025) muestran que la manipulación de los parámetros de una función mediante GeoGebra ayuda a establecer relaciones entre la expresión algebraica y sus características gráficas cuando la herramienta forma parte de una unidad didáctica estructurada. La evidencia reciente también muestra resultados favorables en diferentes contextos de Bachillerato. Villavicencio

Figuroa et al. (2025) en un estudio realizado con estudiantes de primer año de Bachillerato en Ecuador, reportaron mejoras en el rendimiento académico y en la motivación después de integrar GeoGebra y Symbolab en las actividades de Matemática. Aunque su propuesta incorporó dos herramientas tecnológicas, sus resultados permiten reconocer la importancia de articular el lenguaje simbólico con la visualización gráfica y la exploración dinámica. Por su parte, Dávila et al. (2025) encontraron mejoras en el desempeño académico de estudiantes de Bachillerato que trabajaron funciones cuadráticas mediante GeoGebra frente a un grupo que recibió enseñanza tradicional. De manera similar, Sebsibe y Abdella (2025) observaron diferencias favorables en comprensión conceptual, resolución de problemas y motivación en estudiantes que participaron en una enseñanza de funciones cuadráticas integrada con GeoGebra. En conjunto, estos antecedentes muestran que los entornos dinámicos pueden contribuir al aprendizaje de contenidos que suelen resultar difíciles cuando se presentan únicamente desde procedimientos algebraicos.

El potencial de estos ambientes también se relaciona con los procesos de pensamiento que se desarrollan durante la actividad matemática. Bülbül y Güler (2023) encontraron que el trabajo con software de geometría dinámica puede apoyar procesos como la investigación de invariantes, el razonamiento mediante relaciones, la generalización de ideas y el equilibrio entre exploración y reflexión. Aunque su estudio se desarrolló con futuros docentes de Matemática, sus resultados permiten comprender algunas de las posibilidades cognitivas que ofrecen estos entornos. Asimismo, Aparı et al. (2022) determinaron que la incorporación de software

de geometría dinámica dentro de un marco de aprendizaje activo favoreció habilidades asociadas con el planteamiento y resolución de problemas, el uso del lenguaje matemático y la elaboración de producciones originales. Estos aportes permiten considerar que la utilidad de la geometría dinámica no se restringe a visualizar figuras o gráficas, sino que puede generar oportunidades para explorar relaciones, argumentar y validar resultados.

Sin embargo, incorporar GeoGebra al aula no garantiza por sí mismo que se produzca una comprensión más profunda. El valor educativo de la herramienta depende de la forma en que se organiza la experiencia de aprendizaje, de las preguntas que orientan la exploración y del acompañamiento que realiza el docente. Nouhou y Sagayar (2024) observaron que, aun disponiendo de GeoGebra, los estudiantes presentaron inicialmente dificultades para articular diferentes registros de representación de una función. Durante actividades posteriores se evidenció una mayor integración de los registros algebraico, gráfico y numérico. Este resultado resulta relevante porque muestra que visualizar una gráfica no equivale automáticamente a comprenderla. La tecnología necesita estar acompañada por actividades que permitan comparar representaciones, discutir procedimientos, justificar decisiones y relacionar lo observado en la pantalla con el significado matemático del problema.

Esta perspectiva coincide con la orientación del currículo ecuatoriano de Matemática para Bachillerato. El Ministerio de Educación del Ecuador (2016) plantea que el aprendizaje matemático debe favorecer la resolución de problemas y la elaboración de modelos vinculados con distintas situaciones. De manera específica, la destreza M.5.1.31 propone resolver, con o sin el uso de tecnología,

problemas reales o hipotéticos que puedan modelarse mediante funciones cuadráticas, identificando las variables significativas y las relaciones entre ellas, además de juzgar la pertinencia y validez de los resultados obtenidos. Desde esta mirada, la tecnología adquiere sentido cuando ayuda al estudiante a interpretar, modelar, representar y comprobar una situación, y no únicamente cuando reemplaza procedimientos que también podrían desarrollarse con lápiz y papel.

Aunque los antecedentes revisados ofrecen evidencia favorable sobre el uso de GeoGebra y otros ambientes de geometría dinámica en el aprendizaje matemático, todavía resulta pertinente documentar experiencias desarrolladas en contextos escolares específicos en las que se articulen la resolución de problemas contextualizados, la geometría dinámica y las destrezas establecidas en el currículo ecuatoriano. Esta necesidad cobra especial interés en instituciones rurales, donde las características del contexto educativo pueden diferir de aquellas presentes en estudios desarrollados en entornos urbanos o con grupos experimentales de mayor tamaño. En estos escenarios, más que asumir que la incorporación de tecnología produce automáticamente mejores resultados, resulta necesario analizar cómo cambia el desempeño de los estudiantes cuando participan en una mediación didáctica estructurada en torno a la exploración, representación y resolución de problemas con funciones cuadráticas.

En vista de lo expuesto, esta investigación se justifica por la necesidad de aportar evidencia situada sobre una experiencia pedagógica que integra geometría dinámica y resolución de problemas en estudiantes de primero de Bachillerato. Su interés se centra no solamente en utilizar una herramienta tecnológica, sino en

reconocerla como una mediación que puede favorecer la conexión entre los procedimientos algebraicos, las representaciones gráficas y la interpretación de situaciones contextualizadas. En consecuencia, el objetivo de la investigación fue analizar los cambios en la resolución de problemas con funciones cuadráticas en estudiantes de primero de Bachillerato, antes y después de una mediación didáctica apoyada en geometría dinámica.

Materiales y Métodos

La metodología del estudio se estructuró de manera secuencial, con el propósito de garantizar la correspondencia entre el objetivo de investigación, la aplicación de los instrumentos, el desarrollo de la intervención didáctica y el análisis de los resultados obtenidos. En este sentido, se definieron el enfoque y diseño de investigación, el contexto y los participantes, las técnicas e instrumentos de recolección de datos, el proceso de revisión y validación de los instrumentos, así como el procedimiento seguido durante las fases de diagnóstico, intervención y evaluación final. Finalmente, se establecieron los procedimientos estadísticos utilizados para comparar las puntuaciones obtenidas antes y después de la mediación didáctica apoyada en geometría dinámica.

La investigación se desarrolló desde un enfoque cuantitativo, orientado a analizar los cambios producidos en la resolución de problemas con funciones cuadráticas en estudiantes de primero de Bachillerato antes y después de una mediación didáctica apoyada en geometría dinámica. Para ello, se adoptó un diseño preexperimental de un solo grupo con mediciones pretest y postest, mediante el cual los mismos participantes fueron evaluados en dos momentos: antes de la intervención pedagógica y una vez finalizada su

implementación. Este diseño permitió realizar una comparación intraindividual del desempeño de los estudiantes y determinar la dirección y magnitud de los cambios registrados entre ambas mediciones. Debido a que el estudio no incorporó un grupo control ni contempló la asignación aleatoria de los participantes, los resultados fueron interpretados como cambios observados con posterioridad a la mediación didáctica, sin establecer una relación causal definitiva entre el uso de la geometría dinámica y el desempeño alcanzado por los estudiantes.

El estudio se desarrolló durante el año lectivo 2025-2026 en una unidad educativa fiscal rural ubicada en el cantón Alausí, provincia de Chimborazo, Ecuador. La institución cuenta con aproximadamente 315 estudiantes distribuidos entre los niveles de Educación Inicial, Educación General Básica y Bachillerato. La investigación se realizó con un grupo intacto conformado por 21 estudiantes de primero de Bachillerato, seleccionados mediante un muestreo no probabilístico de tipo intencional, considerando la accesibilidad al grupo y su correspondencia con el nivel curricular en el que se aborda el estudio de las funciones cuadráticas. La unidad de análisis estuvo constituida por cada estudiante participante, evaluado en los dos momentos del estudio, manteniéndose la correspondencia individual entre las puntuaciones obtenidas en el pretest y el postest.

Para la recopilación, organización y análisis de la información se emplearon como técnicas el análisis documental y la evaluación pedagógica del desempeño matemático. El análisis documental se apoyó en una matriz diseñada para sistematizar antecedentes conceptuales, metodológicos y curriculares relacionados con la geometría dinámica, la resolución de problemas y el aprendizaje de las funciones

cuadráticas. La evaluación del desempeño matemático se efectuó mediante dos instrumentos de aplicación individual: un pretest y un postest. Ambos fueron elaborados en correspondencia con la destreza curricular M.5.1.31, orientada a resolver, con o sin apoyo tecnológico, situaciones reales o hipotéticas susceptibles de ser modeladas mediante funciones cuadráticas, identificar las variables significativas y las relaciones existentes entre ellas, así como valorar la pertinencia de los resultados obtenidos.

Las dos pruebas fueron calificadas sobre una escala de 10 puntos y conservaron una estructura general equivalente. Cada instrumento estuvo integrado por cuatro problemas. Los dos primeros correspondieron a reactivos de selección múltiple, con una valoración de un punto cada uno, mientras que los problemas tercero y cuarto incluyeron tareas de desarrollo, con una ponderación de cuatro puntos para cada actividad. El pretest permitió establecer el nivel inicial de desempeño de los estudiantes mediante actividades relacionadas con el reconocimiento de los elementos de la parábola, la interpretación de tablas de valores, la representación de funciones y la resolución de situaciones contextualizadas. Por su parte, el postest mantuvo una estructura equivalente, aunque incorporó problemas diferentes, orientados a valorar nuevamente los procesos de representación, modelación, resolución, verificación e interpretación de funciones cuadráticas después de la mediación didáctica.

Los instrumentos fueron sometidos a un proceso de revisión de contenido mediante el juicio de dos especialistas con formación avanzada en matemática aplicada, matemática computacional, ingeniería matemática y modelación. Los jueces valoraron cada componente del pretest y del postest de acuerdo

con cinco criterios: claridad, pertinencia, coherencia, relevancia y equivalencia. Para esta valoración se utilizó una escala de cuatro categorías: 1 = no cumple; 2 = cumple parcialmente; 3 = cumple con ajustes menores; y 4 = cumple completamente.

La valoración integrada permitió establecer un dictamen favorable con observaciones. Entre los principales aspectos destacados se encontraron la pertinencia curricular de los instrumentos y su capacidad para valorar procesos relacionados con la comprensión y representación matemática, la modelación, la resolución de problemas, la verificación, la interpretación y la argumentación. Las observaciones de los especialistas se concentraron principalmente en aspectos específicos de coherencia matemática y en la equivalencia entre determinados reactivos del pretest y del postest. Estas observaciones fueron documentadas y consideradas tanto para el perfeccionamiento de los instrumentos como para una interpretación prudente de los resultados obtenidos.

El procedimiento metodológico se organizó de manera secuencial en cuatro fases. En la primera fase se estableció la correspondencia entre el objetivo de la investigación, la destreza curricular, los procesos vinculados con la resolución de problemas mediante funciones cuadráticas y los instrumentos destinados a la recolección de información. Se elaboraron la matriz de análisis documental, el pretest y el postest, procurando que las actividades permitieran obtener evidencias relacionadas con los procesos de representación, modelación, resolución, verificación e interpretación matemática. Posteriormente, los instrumentos fueron sometidos al proceso de revisión especializada y las observaciones derivadas de esta valoración fueron documentadas en el

correspondiente informe de validación de contenido. En la segunda fase, correspondiente al diagnóstico, se aplicó el pretest a los 21 estudiantes de primero de Bachillerato antes de implementar la mediación didáctica apoyada en tecnología. Esta medición permitió establecer una línea de base respecto al desempeño inicial del grupo en la resolución de problemas relacionados con funciones cuadráticas y disponer de una referencia individual para efectuar posteriormente la comparación con los resultados del postest.

En la tercera fase se implementó una secuencia didáctica apoyada en herramientas de geometría dinámica. Las actividades fueron diseñadas para generar un entorno de aprendizaje en el cual los estudiantes pudieran manipular objetos y variables matemáticas, observar los cambios producidos en las representaciones gráficas y establecer relaciones entre expresiones algebraicas, valores numéricos y representaciones geométricas. La mediación promovió procesos de exploración, análisis, modelación, argumentación y verificación de soluciones vinculados con situaciones susceptibles de ser representadas mediante funciones cuadráticas.

La geometría dinámica fue utilizada como un recurso de mediación del aprendizaje y no únicamente como un medio para generar representaciones gráficas. La interacción con las construcciones dinámicas permitió a los estudiantes observar de manera inmediata el comportamiento de la parábola ante modificaciones en sus parámetros y establecer conexiones entre las representaciones algebraicas, numéricas y gráficas durante la resolución de los problemas planteados. En la cuarta fase, una vez concluida la mediación didáctica, se aplicó el postest a los mismos 21 participantes. Las puntuaciones obtenidas

fueron registradas en una base de datos pareada, de manera que cada resultado del pretest estuviera asociado con la puntuación del postest correspondiente al mismo estudiante. Posteriormente, se realizó el procesamiento descriptivo e inferencial de la información con el propósito de determinar la dirección, magnitud y significancia estadística de los cambios observados entre ambas mediciones.

En una primera etapa del análisis estadístico se efectuó un análisis descriptivo de las puntuaciones obtenidas en el pretest y el postest. Para ello, se calcularon la media, mediana, desviación estándar, varianza, valores mínimo y máximo, así como las diferencias individuales registradas entre ambas mediciones. Debido a que el diseño contempló mediciones repetidas realizadas sobre los mismos participantes, el supuesto de normalidad se evaluó sobre las diferencias entre las puntuaciones emparejadas mediante la prueba de Shapiro-Wilk. Este procedimiento permitió determinar la pertinencia del uso de pruebas paramétricas para la comparación de las mediciones.

En función del cumplimiento del supuesto de normalidad, se empleó como contraste inferencial principal la prueba t de Student para muestras relacionadas, con el propósito de determinar si la diferencia media entre las puntuaciones obtenidas antes y después de la intervención era estadísticamente distinta de cero. Adicionalmente, se utilizó la prueba de rangos con signo de Wilcoxon como análisis complementario de robustez, con la finalidad de comprobar si la conclusión obtenida mediante la prueba paramétrica se mantenía al aplicar un procedimiento no paramétrico. Para todas las pruebas inferenciales se estableció un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$. Cuando los resultados alcanzaron valores inferiores a 0,001, estos

fueron reportados como $p < 0,001$. Los análisis se realizaron sobre los 21 pares completos de observaciones, manteniendo la correspondencia entre las mediciones de cada participante, sin sustitución de valores ni modificación retrospectiva de las puntuaciones obtenidas.

Resultados y Discusión

Las puntuaciones otorgadas por los especialistas fueron sistematizadas por ítem y criterio y se calculó la V de Aiken como indicador descriptivo complementario de la validez de contenido. Se obtuvo una V promedio de 0.86 para el pretest, 0.68 para el postest y 0.77 de manera global. Debido a que participaron dos jueces, estos coeficientes no fueron utilizados de forma aislada para

determinar la aceptación de los instrumentos, sino que se interpretaron juntamente con las observaciones cualitativas formuladas por los especialistas. El análisis de las puntuaciones obtenidas por los 21 estudiantes evidenció una variación favorable entre la evaluación inicial y la evaluación posterior a la mediación didáctica apoyada en geometría dinámica. En el pretest, el grupo alcanzó una media de 4.67 puntos ($DE = 0.97$), mientras que en el postest la media ascendió a 7.90 puntos ($DE = 1.48$). En términos absolutos, esto representa una ganancia media individual de 3.24 puntos sobre una escala de 0 a 10. La mediana también presentó un desplazamiento positivo, al pasar de 4.00 puntos en el pretest a 7.00 puntos en el postest.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos del pretest, postest y cambio individual.

Estadístico	Pretest	Postest	Cambio postest-pretest
n	21	21	21
Media	4.67	7.90	3.24
Mediana	4.00	7.00	3.00
Desviación estándar	0.97	1.48	1.00
Varianza	0.93	2.19	0.99
Mínimo	4.00	6.00	1.00
Máximo	6.00	10.00	5.00
IC 95 % de la media del cambio	—	—	2.79–3.69

Fuente: Elaboración propia.

Asimismo, el valor mínimo aumentó de 4 a 6 puntos y el máximo de 6 a 10 puntos. Estos resultados muestran que el desplazamiento no se limitó exclusivamente a los estudiantes con mejores puntuaciones iniciales, sino que estuvo presente en todo el grupo. Un aspecto relevante es que los 21 participantes obtuvieron una puntuación superior en el postest respecto del pretest. Las ganancias individuales oscilaron entre 1 y 5 puntos. Nueve estudiantes incrementaron su resultado en 3 puntos, seis lo hicieron en 4 puntos, tres aumentaron 2 puntos, dos mejoraron 5 puntos y uno presentó un incremento de 1 punto. En consecuencia, aunque la magnitud de la mejora fue diferente entre los participantes, la dirección del cambio

fue positiva en todos los casos. Debe observarse, sin embargo, que la desviación estándar aumentó de 0.97 en el pretest a 1.48 en el postest. Esto indica que las puntuaciones finales fueron más heterogéneas y que, aun cuando todos los estudiantes progresaron, la magnitud del desempeño alcanzado después de la mediación no fue uniforme. Por tanto, la mayor dispersión del postest no contradice el incremento general, sino que muestra diferentes niveles de avance dentro del grupo. Debido al carácter pareado de las mediciones, se analizó previamente la distribución de las diferencias entre postest y pretest mediante la prueba de Shapiro-Wilk. Se obtuvo $W = 0.915$ y $p = 0.068$. Dado que el valor de significancia fue

superior a 0.05, no se encontró evidencia estadística suficiente para rechazar el supuesto de normalidad de las diferencias.

Tabla 2. Comparación inferencial entre pretest y posttest

Análisis	Estadístico	gl	p	Resultado
Shapiro-Wilk de las diferencias	$W = 0.915$	—	0.068	No se rechaza normalidad
t de Student pareada	$t = 14.91$	20	< 0.001	Diferencia significativa
Wilcoxon	$W = 0; Z = -4.064$	—	< 0.001	Diferencia significativa
Tamaño del cambio	$d_z = 3.25$	—	—	Magnitud elevada

Fuente: Elaboración propia.

A partir de este resultado, la comparación principal se efectuó mediante la prueba t de Student para muestras relacionadas. El análisis evidenció una diferencia estadísticamente significativa entre las puntuaciones obtenidas antes y después de la mediación, $t(20) = 14.91$; $p < 0.001$. La diferencia media fue de 3.24 puntos, con un intervalo de confianza del 95% comprendido entre 2.79 y 3.69 puntos. El tamaño de la diferencia estandarizada para medidas relacionadas fue $d_z = 3.25$, lo que señala que la distancia entre ambos momentos de evaluación fue considerable respecto de la variabilidad de las diferencias individuales. Debido al tamaño reducido de la muestra, se realizó además la prueba de rangos con signo de Wilcoxon como análisis complementario. El resultado confirmó la misma tendencia ($W = 0$; $Z = -4.064$; $p < 0.001$), fortaleciendo la evidencia de que las puntuaciones posteriores fueron sistemáticamente superiores a las iniciales. Estos resultados permiten rechazar la hipótesis de ausencia de diferencias entre ambos momentos de evaluación y sostener que,

en el grupo estudiado, se produjo un incremento estadísticamente significativo del desempeño global en la resolución de problemas con funciones cuadráticas después de la mediación didáctica.

Los hallazgos obtenidos muestran que el desempeño de los estudiantes cambió favorablemente entre el diagnóstico inicial y la evaluación posterior. La diferencia de 3.24 puntos entre ambas mediciones adquiere relevancia no solo por su significancia estadística, sino porque todos los participantes presentaron algún nivel de incremento. Este comportamiento sugiere que la secuencia didáctica ofreció condiciones favorables para abordar las funciones cuadráticas mediante formas de representación diferentes a las utilizadas exclusivamente en procedimientos algebraicos convencionales.

Una posible explicación se relaciona con las características de los entornos de geometría dinámica, que permiten vincular de forma simultánea representaciones algebraicas, gráficas y numéricas. En el caso de la función cuadrática, esta interacción posibilita observar cómo las modificaciones realizadas sobre los parámetros se reflejan inmediatamente en el comportamiento de la parábola. De esta manera, la visualización deja de constituir únicamente un recurso ilustrativo y se convierte en un medio para explorar relaciones, contrastar resultados y verificar procedimientos.

Esta interpretación mantiene correspondencia con Sebsibe y Abdella (2025), quienes encontraron mejoras estadísticamente significativas en la comprensión conceptual y en la resolución de problemas relacionados con funciones cuadráticas en estudiantes que trabajaron mediante instrucción integrada con GeoGebra. Los autores destacan especialmente

la utilidad del software para disminuir el nivel de abstracción y facilitar las conexiones entre las diferentes representaciones matemáticas. Los resultados también son consistentes con Mora Serrano et al. (2025), quienes señalan que la mediación pedagógica que articula GeoGebra y problemas contextualizados favorece la comprensión de la función cuadrática. Estos autores identifican precisamente como dificultades frecuentes la vinculación entre representación gráfica y algebraica, la interpretación de los parámetros de la función y la comprensión de elementos como el vértice y la concavidad. En este sentido, una secuencia basada en exploración dinámica puede ofrecer al estudiante oportunidades para experimentar con esas relaciones antes de formalizarlas exclusivamente mediante procedimientos simbólicos.

Desde una perspectiva más amplia, los resultados coinciden con la evidencia sintetizada por Juandi et al. (2021). Su metaanálisis, basado en 57 tamaños de efecto procedentes de 50 investigaciones, encontró un efecto global positivo y elevado del software de geometría dinámica sobre distintas capacidades matemáticas. Si bien el tamaño del efecto obtenido en el presente estudio no debe compararse directamente con el valor meta analítico debido a las diferencias de diseño y de procedimiento estadístico, ambos resultados mantienen una dirección favorable respecto del uso educativo de estos entornos.

Asimismo, la revisión sistemática de Susanto et al. (2023) identifica a GeoGebra como el software de geometría dinámica predominante en las investigaciones orientadas a fortalecer la resolución de problemas matemáticos y señala que gran parte de los estudios se desarrolla precisamente en educación secundaria. Según dicha revisión, estos entornos pueden apoyar

etapas vinculadas con el análisis, la exploración, la planificación, la resolución y la verificación de los problemas. Esta perspectiva resulta coherente con la intervención del presente estudio, en la que la geometría dinámica fue utilizada para explorar, representar, modelar y comprobar situaciones asociadas con funciones cuadráticas.

Por tanto, la mejora observada puede interpretarse desde el papel mediador de la tecnología en la actividad matemática. La posibilidad de modificar objetos, observar transformaciones y comprobar de manera inmediata las consecuencias de una decisión puede facilitar que el estudiante establezca relaciones entre los datos del problema, el modelo algebraico y su representación gráfica. Desde esta perspectiva, el valor pedagógico de la geometría dinámica no radicaría solamente en generar gráficos con mayor rapidez, sino en favorecer procesos de exploración y verificación que complementan el razonamiento matemático.

No obstante, los resultados requieren una interpretación prudente. El diseño preexperimental utilizado incorpora un solo grupo, por lo que no permite descartar explicaciones alternativas relacionadas con el desarrollo normal de las clases, la práctica repetida, la familiarización con la evaluación u otras experiencias ocurridas durante el periodo de intervención. En consecuencia, la significancia estadística confirma que existió un cambio entre las dos mediciones, pero no permite atribuir de manera exclusiva dicho cambio al uso de la geometría dinámica. También deben considerarse las características de los instrumentos. La revisión realizada por dos especialistas produjo una V de Aiken promedio de 0.86 para el pretest, 0.68 para el posttest y 0.77 de forma global, con un dictamen

favorable con observaciones. Las observaciones se concentraron principalmente en la coherencia y equivalencia de determinados reactivos, por lo que la comparación debe interpretarse fundamentalmente como evidencia del cambio en la puntuación global de desempeño y no como demostración independiente de mejoras específicas en cada componente de la función cuadrática.

Esta consideración es especialmente importante para evitar afirmar, a partir de la base disponible, que mejoraron de manera individual y estadísticamente demostrada dimensiones como vértice, concavidad, raíces, modelación o argumentación. Aunque estos procesos forman parte de los instrumentos y de la mediación, la base analizada contiene puntuaciones globales. Para determinar qué habilidades particulares experimentaron mayor avance sería necesario disponer de las calificaciones desagregadas por reactivo o por dimensión. La evidencia obtenida permite sostener que los estudiantes presentaron un cambio positivo, consistente y estadísticamente significativo en su desempeño global en la resolución de problemas con funciones cuadráticas después de participar en la mediación didáctica apoyada en geometría dinámica. Estos resultados convergen con investigaciones previas que reconocen el potencial de GeoGebra y otros entornos dinámicos para favorecer la visualización, la articulación de representaciones y la resolución de problemas matemáticos.

Conclusiones

La investigación evidenció cambios favorables en el desempeño de los estudiantes de primero de Bachillerato en la resolución de problemas con funciones cuadráticas después de la mediación didáctica apoyada en geometría dinámica. La media aumentó de 4.67 puntos en

el pretest a 7.90 en el posttest, y la comparación entre ambas mediciones mostró diferencias estadísticamente significativas. Desde el punto de vista pedagógico, la experiencia sugiere que GeoGebra puede funcionar como una mediación didáctica útil para explorar, representar y relacionar expresiones algebraicas, gráficas y numéricas, favoreciendo el trabajo con problemas contextualizados y la interpretación de las funciones cuadráticas.

No obstante, los resultados deben interpretarse con cautela, debido a que se empleó un diseño preexperimental de un solo grupo con 21 estudiantes y sin grupo control. Por ello, los hallazgos muestran cambios posteriores a la intervención, pero no permiten establecer una relación causal definitiva. Asimismo, las observaciones derivadas de la validación de los instrumentos aconsejan interpretar principalmente el cambio en el desempeño global. Los resultados aportan evidencia favorable sobre el uso de la geometría dinámica como recurso de mediación en la enseñanza de funciones cuadráticas. Se recomienda que futuras investigaciones incorporen grupos de comparación, muestras más amplias e instrumentos revisados para profundizar en los efectos sobre habilidades matemáticas específicas.

Referencias Bibliográficas

- Apari, B., Ozgen, K., & Zengin, Y. (2022). Developing students' problem posing skills with dynamic geometry software and active learning framework. *Turkish Journal of Education*.
<https://doi.org/10.19128/turje.880173>
- Bülbül, B., & Güler, M. (2023). Examining the effect of dynamic geometry software on supporting geometric habits of mind: A qualitative inquiry. *E-Learning and Digital Media*.
<https://doi.org/10.1177/2042753022110777>

- Dávila Guamán, B. E., Avelino Villacis, J. E., & Granados Romero, J. F. (2025). GeoGebra y su incidencia en el aprendizaje de funciones cuadráticas en estudiantes de bachillerato. *Sapiens in Education*, 2(6), 1–17. <https://doi.org/10.71068/p550re04>
- Juandi, D., Kusumah, Y. S., Tamur, M., Perbowo, K. S., Siagian, M. D., Sulastri, R., & Negara, H. R. P. (2021). The effectiveness of dynamic geometry software applications in learning mathematics: A meta-analysis study. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (iJIM)*, 15(2), 18–37. <https://doi.org/10.3991/ijim.v15i02.18853>
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Currículo de los niveles de educación obligatoria: Matemática*.
- Mora, P., Jiménez, A., Delgado, I., & Román, D. (2025). Mediación pedagógica de la función cuadrática por medio de una unidad didáctica utilizando GeoGebra, problemas contextualizados y actividades lúdicas. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=10044030>
- Nouhou, A., & Sagayar, M. (2024). Exploring high school students' experiences in the process of solving problems of numerical functions with GeoGebra. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*. <https://doi.org/10.4314/ajesms.v20i2.1>
- Rodriguez, R., & Suárez, O. (2022). La motivación y el estudio de la función cuadrática con GeoGebra. *Educación y Humanismo*. <https://doi.org/10.17081/eduhum.24.42.4864>
- Sebsibe, A., & Abdella, N. (2025). The effect of GeoGebra integrated instruction on students' learning of the quadratic function concept. *F1000Research*. <https://doi.org/10.12688/f1000research.163113.1>
- Susanto, N. C. P., Hartati, S. J., & Standsyah, R. E. (2023). Systematic literature review: Application of dynamic geometry software to improve mathematical problem-solving skills. *Mathline: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 8(3), 857–872. <https://doi.org/10.31943/mathline.v8i3.458>
- Usca Chicaiza, M. D., Vega Freire, F. C., Casnanzuela Pachucho, I. del R., Correa Analuisa, K. S., & Silva Ortiz, Y. D. C. (2025). Estrategias didácticas basadas en resolución de problemas para mejorar el pensamiento matemático en estudiantes de bachillerato. *Ciencia y Educación*, 6(10.2), 871–879. <https://doi.org/10.5281/zenodo.17857887>
- Villavicencio, P., Caiza, M., Moy Sang, S., & Robinson, J. (2025). Integración de GeoGebra y Symbolab en el aprendizaje de matemáticas en primer año de bachillerato. *Ciencia y Educación*, 6(9.2), 540–555. <https://doi.org/10.5281/zenodo.17254516>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-No Comercial 4.0 Internacional. Copyright © Jimena Jeaneth Sánchez Ramírez, Carlos Alberto Aray Andrade y Eduardo Alejandro Tusa Jumbo.

Declaraciones éticas y editoriales del artículo
Contribución de los autores (Taxonomía CRediT) Jimena Jeaneth Sánchez Ramírez: conceptualización de la investigación, diseño metodológico, desarrollo del proceso investigativo, análisis formal de los datos, redacción del borrador original del manuscrito, revisión crítica del contenido científico y supervisión general del estudio. Carlos Alberto Aray Andrade: curación y organización de los datos, participación en la recolección de información, validación de los resultados obtenidos y elaboración de representaciones gráficas y visualización de los datos. Eduardo Alejandro Tusa Jumbo: conceptualización de la investigación, diseño metodológico, desarrollo del proceso investigativo, análisis formal de los datos, redacción del borrador original del manuscrito, revisión crítica del contenido científico y supervisión general del estudio.
Declaración de conflicto de intereses Los autores declaran que no existe conflicto de intereses en relación con la investigación presentada, la autoría del manuscrito ni la publicación del presente artículo.
Declaración de financiamiento La presente investigación no recibió financiamiento específico de agencias públicas, comerciales o de organizaciones sin fines de lucro. En caso de existir financiamiento institucional o externo, este deberá ser declarado explícitamente por los autores en esta sección.
Declaración del editor El editor responsable certifica que el proceso editorial del presente artículo se desarrolló conforme a los principios de integridad científica, transparencia y buenas prácticas editoriales. El manuscrito fue sometido a un proceso de evaluación mediante revisión por pares doble ciego, garantizando la confidencialidad de la identidad de los autores y revisores durante todo el proceso de dictamen académico. Asimismo, el editor declara que el artículo cumple con los criterios científicos, metodológicos y éticos establecidos por la revista.
Declaración de los revisores Los revisores externos que participaron en la evaluación del presente manuscrito declaran haber realizado el proceso de revisión de manera objetiva, independiente y confidencial. Asimismo, manifiestan que no mantienen conflictos de interés con los autores ni con la investigación evaluada, y que sus observaciones y recomendaciones se fundamentan exclusivamente en criterios científicos, metodológicos y académicos.
Declaración ética de la investigación Los autores declaran que la investigación se desarrolló respetando los principios éticos de la investigación científica, garantizando la confidencialidad de los datos y el respeto a los participantes del estudio. En los casos en que la investigación involucre seres humanos, los procedimientos deben ajustarse a los principios éticos establecidos en la Declaración de Helsinki y a las normativas institucionales correspondientes.
Declaración sobre el uso de inteligencia artificial Los autores declaran que el uso de herramientas de inteligencia artificial, en caso de haberse utilizado durante el proceso de investigación o redacción del manuscrito, se realizó únicamente como apoyo técnico para mejorar la claridad del lenguaje o el análisis de información, manteniendo siempre la responsabilidad intelectual sobre el contenido del artículo. Las herramientas de inteligencia artificial no fueron utilizadas como autoras del manuscrito ni sustituyen la responsabilidad académica de los investigadores.
Disponibilidad de datos Los datos que respaldan los resultados de esta investigación estarán disponibles previa solicitud razonable al autor de correspondencia, respetando las normas éticas y de confidencialidad establecidas por la investigación.

